

TRANSFORMATEUR MONOPHASE REEL

Après avoir répertorié les différentes pertes dans un transformateur réel, on établit un modèle équivalent. On étudie ensuite le fonctionnement à vide puis en charge.

1- Pertes dans un transformateur réel

1-1- Pertes par effet Joule

On les appelle aussi *pertes dans le cuivre* pour rappeler qu'il s'agit de pertes dues à la circulation des courants dans les conducteurs en cuivre des bobines.

$$p_J = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2$$

La figure 1-1-1 rappelle le schéma équivalent que nous avons établi pour un transformateur idéal :

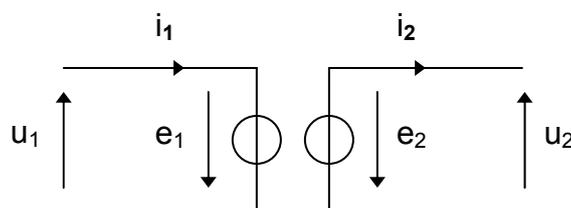
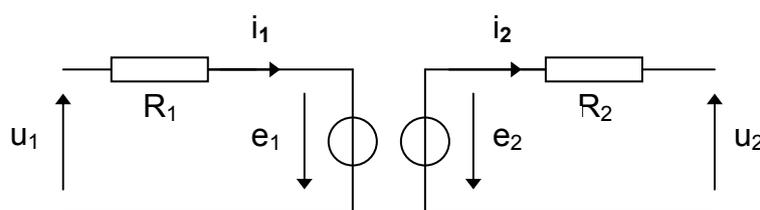


Figure 1-1-1

$$e_2 = m \cdot e_1$$

$$i_1 = m \cdot i_2$$

En tenant compte des pertes Joule, ce schéma devient :



$$e_2 = m \cdot e_1$$

$$i_1 = m \cdot i_2$$

Figure 1-1-2

 A partir de ce modèle, écrire les lois des mailles au primaire et au secondaire.

Remarque : il faut assurer un refroidissement des transformateurs de puissance.

1-2- Pertes magnétiques

1-2-1- Pertes par hystérésis : p_H

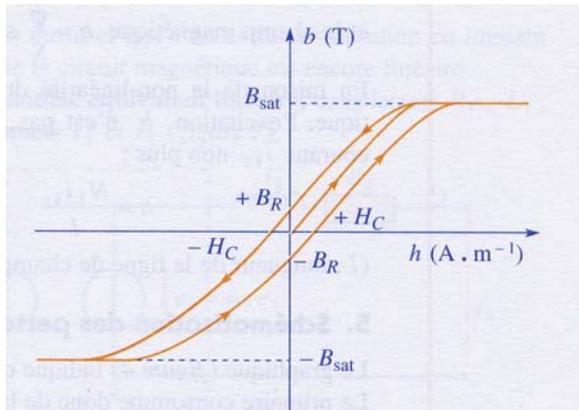


Figure 1-2-1

Le phénomène d'hystérésis observé lors de l'aimantation du matériau magnétique est responsable de pertes par hystérésis : une partie de l'énergie électrique fournie par la source est dissipée sous forme de chaleur dans le circuit magnétique.

Les pertes par hystérésis :

- Dépendent
- de la nature et du volume du matériau magnétique.
 - de l'intensité du champ magnétique.
 - de la fréquence de la tension délivrée par la source.

Sont proportionnelles à l'aire du cycle d'hystérésis.

Remarque : afin de limiter les pertes par hystérésis, il faut choisir un matériau ferromagnétique à cycle étroit.

1-2-2- Pertes par courants de Foucault : p_F

Le flux magnétique alternatif est à l'origine de courants induits dans le circuit magnétique, appelés courants de Foucault.

Ces courants de Foucault provoquent un échauffement du circuit magnétique.

Les pertes par courants de Foucault :

- Dépendent
- de la nature et du volume du matériau magnétique.
 - de l'intensité du champ magnétique.
 - de la fréquence de la tension délivrée par la source.

Remarque : afin de limiter les pertes par courants de Foucault, il faut gêner la circulation de ces courants ; pour cela, les circuits magnétiques sont feuilletés.

1-2-3- Synthèse : Pertes dans le fer : p_{fer}

$$p_{fer} = p_H + p_F$$

On a vu que p_H et p_F dépendent de la nature et du volume du matériau magnétique, de l'intensité du champ magnétique et de la fréquence de la tension délivrée par la source.

Pour un circuit magnétique donné, $p_{\text{fer}} = f(\mathbf{B}, f)$.

D'après la formule de Boucherot, $E_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} N_1 \hat{B} S f$ ou $E_1 \approx 4,44 \cdot N_1 \hat{B} S f$.

En première approximation, si on néglige la résistance de l'enroulement primaire, on a : $U_1 \approx E_1$.

Donc, les pertes fer :

- ne dépendent que de la tension d'alimentation u_1 .
- sont indépendantes de la charge.

Remarque : si les pertes fer sont indépendantes de la charge, cela signifie qu'elles ont même valeur que le transformateur fonctionne à vide ($i_2 = 0$) ou en charge . Ainsi :

Les pertes fer seront mesurées à vide

1-2-4- Conséquence

Nous venons de voir que le transformateur consomme de la puissance active, même lorsqu'il fonctionne à vide. C'est à dire que, même si $i_2 = 0$, il existe un courant au primaire, qui sera noté i_{1v} .

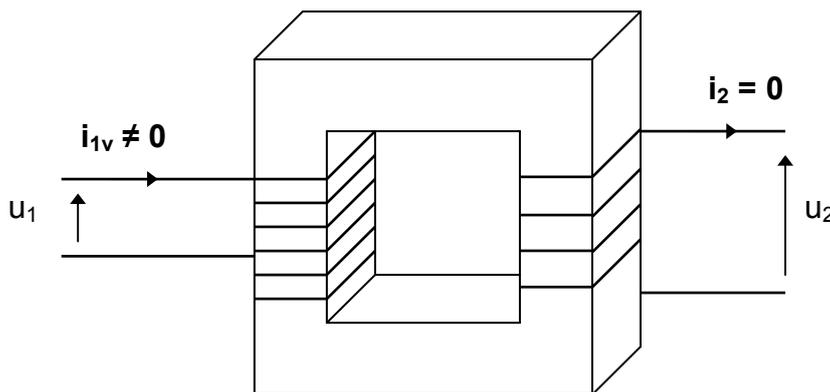


Figure 1-2-4

Rappel : pour un transformateur idéal fonctionnant à vide, le courant primaire est nul ; en effet, $i_2 = 0 \Rightarrow i_1 = m \cdot i_2 = 0$.

1-2-5- Forme du courant primaire à vide i_{1v}

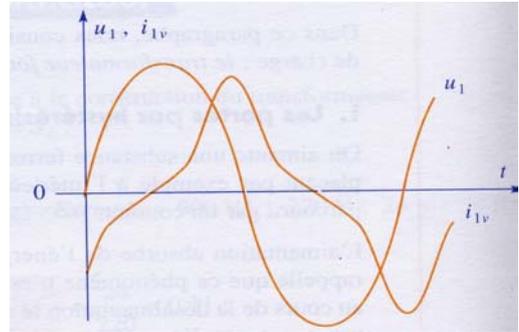
La tension primaire u_1 est sinusoïdale.

On a vu au paragraphe 1-1 que : $u_1 = R_1 \cdot i_{1v} - e_1$ ou $e_1 = R_1 \cdot i_{1v} - u_1$. Généralement, la chute de tension dans la résistance $R_1 \cdot i_{1v}$ est négligeable devant u_1 . On peut alors considérer que la fém e_1 est sinusoïdale.

Ainsi, le flux φ (tel que $e_1 = -N_1 \frac{d\varphi}{dt}$) ainsi que le champ magnétique $\mathbf{b} = \frac{\varphi}{\mathbf{S}}$ sont également sinusoïdaux.

Par contre, dans un transformateur réel, en raison de la non-linéarité du circuit magnétique, l'excitation \mathbf{h} n'est pas sinusoïdale et l'intensité primaire i_{1v} non plus ($\mathbf{h} = N_1 \frac{i_{1v}}{l}$ avec l = longueur de la ligne de champ moyenne).

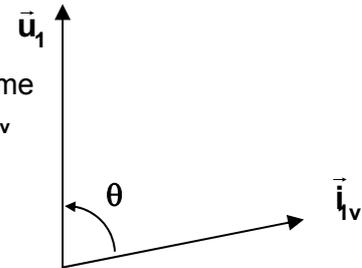
Les courbes ci-contre représentent un exemple concret où l'on voit que i_{1v} , déphasé par rapport à u_1 , n'a pas une forme sinusoïdale.



1-2-6- Modélisation des pertes magnétiques

Nous venons de voir que i_{1v} est en retard sur la tension u_1 . Notons $\theta = (\vec{i}_{1v}, \vec{u}_1)$ ce retard angulaire.

Les mesures montrent que θ est légèrement inférieur à 90° , comme l'illustre le diagramme de Fresnel ci-contre (on remarquera que i_{1v} n'étant pas sinusoïdal, on ne devrait normalement pas le représenter dans un tel diagramme).



Ainsi, nous pouvons en déduire que le primaire consomme :

- De la puissance active $U_1 I_{1v} \cos \theta$ comme une résistance que nous noterons R_F .
- De la puissance réactive $U_1 I_{1v} \sin \theta$ comme une inductance que nous noterons L_1 .

De ces dernières considérations, on tire le modèle équivalent ci-dessous :

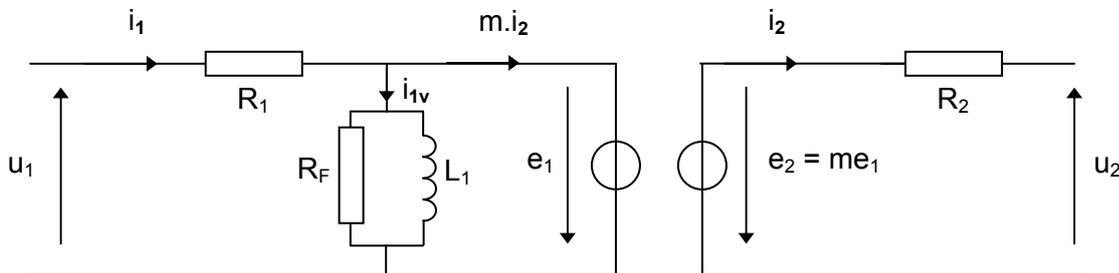


Figure 1-2-6

- R_F correspond aux pertes dans le fer
- L_1 correspond à la magnétisation du circuit magnétique (considérée comme n'absorbant pas de puissance dans un transformateur idéal).

Remarque 1: du fait de la non linéarité du circuit magnétique, les valeurs numériques de R_F et de L_1 dépendent du point de fonctionnement du transformateur.

Remarque 2: généralement, le courant primaire à vide est faible devant le courant nominal.

1-3- Fuites magnétiques

Malgré tout le soin apporté au bobinage des spires autour du noyau, toutes les lignes de champ ne sont pas canalisées par le circuit magnétique ; certaines d'entre elles se referment dans l'air.

Les flux de fuite φ_{f1} et φ_{f2} des deux enroulements sont proportionnels aux courants i_1 et i_2 qui les traversent. Les constantes de proportionnalité sont appelées inductances de fuites l_1 et l_2 :

$$\varphi_{f1} = l_1 \cdot i_1 \text{ et } \varphi_{f2} = l_2 \cdot i_2.$$

Ces fuites magnétiques augmentent la valeur du flux total à créer et entraînent des chutes de tension dans l_1 et l_2 .

2- Modèle équivalent complet d'un transformateur monophasé réel

On tient compte des inductances de fuite et on complète le schéma équivalent de la figure 1-2-6.

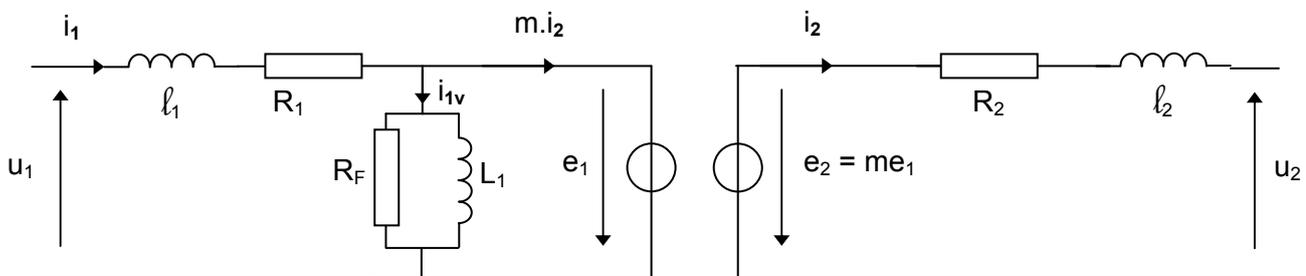


Figure 2-

Si on utilise un matériau de cycle d'hystérésis très étroit et si on évite la saturation en limitant \hat{U}_1 , on admettra que le circuit magnétique est linéaire.

Alors, les valeurs de R_F , L_1 , l_1 et l_2 seront considérées comme constantes.

2-1- Chute de tension au secondaire en charge

A cause de R_2 et l_2 , la tension secondaire U_2 est inférieure à la valeur U_{2v} , mesurée à vide. On notera $\Delta U_2 = U_{2v} - U_2$.

2-2- Rendement du transformateur réel

La relation entre les puissances actives devient, pour un transformateur réel :

$$P_1 = P_2 + p_F + p_J$$

Le rendement se calcule alors de la manière suivante :

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + p_F + p_J}$$

Pour un bon transformateur , ce rendement est proche de 1.

La mesure du rendement s'effectue de manière indirecte, en mesurant :

- Les pertes fer p_F , déterminées lors d'un essai à vide sous tension nominale ; en effet, on montre que les pertes fer ne dépendent que de la fréquence et de la tension primaire. A fréquence constante, les pertes fer sont proportionnelles au carré de la tension primaire :

$$p_{\text{fer}} = k \cdot U_1^2$$

Ainsi, les pertes fer déterminées lors d'un essai à vide sous tension nominale, garderont la même valeur en charge, à condition que la tension primaire conserve sa valeur nominale.

- Les pertes Joule p_J ; pour cela, on mesure R_1 et R_2 ainsi que les courants I_1 et I_2 . On verra plus loin que l'on peut également utiliser le modèle équivalent de Thévenin vu de la charge.
- La puissance P_2 consommée au secondaire : $P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi_2$. On verra que U_2 peut également être déterminée grâce au modèle équivalent de Thévenin vu de la charge.

Remarque : les valeurs de P_1 et de P_2 étant très proches, une mesure directe des puissances au wattmètre peuvent donner un rendement erroné.

3- Etude du transformateur à vide

Nous allons mener cette étude à partir de mesures effectuées sur un transformateur étudié au lycée.

3-1- Observation de la plaque signalétique du transformateur

Selon la norme **NFC 15.100**, elle indique

- La valeur de la puissance apparente : $S_n \approx S_1 \approx S_2$.
- La tension d'alimentation U_1 du primaire.
- La tension d'utilisation à vide U_{2v} du secondaire.
- La fréquence d'utilisation f .

La plaque du transformateur étudié nous indique :

230 V 50/60 Hz 12 V 2A
A 40°C, 25 VA

Indiquer à quoi correspondent ces différentes valeurs. En déduire le courant primaire nominal.

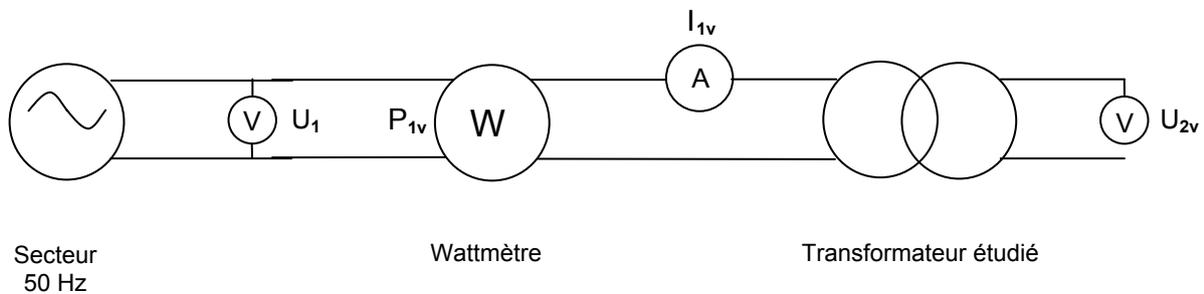
3-2- Mesure de la résistance des enroulements

On mesure $R_1 = 108,8 \Omega$ et $R_2 = 0,45 \Omega$.

3-3- Résultats des mesures

Le schéma ci-dessous indique les mesures effectuées :

Figure 3-3-



Le courant i_{1v} n'est pas sinusoïdal ; quel type d'ampèremètre doit-on utiliser pour mesurer sa valeur efficace I_{1v} ?

Pourquoi a-t-on choisi un montage amont pour la mesure de U_1 et I_{1v} ?

Les résultats des mesures sont : $P_{1v} = 2,01 \text{ W}$ $I_{1v} = 32,8 \text{ mA}$ $U_1 = 230,4 \text{ V}$ $U_{2v} = 13,36 \text{ V}$.

3-4- Relation entre les tensions

En assimilant i_{1v} à un courant sinusoïdal, montrer que $\underline{U}_1 = -\underline{E}_1 + (\underline{R}_1 + j \ell_1 \omega) \underline{I}_{1v}$.

On ne connaît pas ℓ_1 mais les fuites magnétiques sont généralement faibles. Calculer la chute de tension aux bornes de la résistance \underline{R}_1 et comparer à \underline{U}_1 .

En déduire que, à vide, $\underline{U}_1 \approx -\underline{E}_1 = \frac{\underline{U}_{2v}}{m}$.

Généralisation :

A vide, le transformateur réel se comporte, pour les tensions, comme un transformateur idéal et :

$$\underline{U}_{2v} \approx m \cdot \underline{U}_1$$

3-5- Bilan de l'essai à vide

■  Calculer le rapport de transformation m , les pertes Joule p_J et les pertes fer p_F .

4- Fonctionnement du transformateur en charge

4-1- Relation entre les courants

Pour un transformateur idéal, nous avons écrit $N_1 i_1 - N_2 i_2 = 0$.

En effet, selon le théorème d'Ampère, $N_1 i_1 - N_2 i_2 = H \ell$, ℓ étant la longueur moyenne du matériau ferromagnétique.

Mais l'excitation magnétique est $H = \frac{B}{\mu_0 \mu_r}$ et pour un transformateur idéal, on considère que μ_r est infini ; ainsi, $H = 0$.

Pour un transformateur réel, le théorème d'Ampère s'écrit également $N_1 i_1 - N_2 i_2 = H \ell$.

Avec $H = \frac{B}{\mu_0 \mu_r}$ et $B = \frac{\Phi}{S}$ (avec S = aire de la section droite du matériau ferromagnétique, considérée

comme constante), le théorème d'Ampère donne : $N_1 i_1 - N_2 i_2 = \frac{\Phi}{S \mu_0 \mu_r} \ell$

Si on néglige la chute de tension dans la résistance du bobinage primaire, le flux ne dépend que de la tension d'alimentation du primaire et reste à peu près constant à vide ou en charge, à condition que la tension primaire soit identique dans les deux cas.

Ainsi, à vide, $N_1 i_{1v} - N_2 i_{2v} = \frac{\Phi}{S \mu_0 \mu_r} \ell$; i_{1v} et i_{2v} sont les intensités des courants primaire et secondaire à vide ; puisque le transformateur fonctionne à vide, c'est à dire sans charge connectée au secondaire, $i_{2v} = 0$ et $N_1 i_{1v} = \frac{\Phi}{S \mu_0 \mu_r} \ell$.

En charge, $N_1 i_1 - N_2 i_2 = \frac{\Phi}{S \mu_0 \mu_r} \ell$ et, $N_1 i_1 - N_2 i_2 = N_1 i_{1v}$ ou $i_1 - \frac{N_2}{N_1} i_2 = i_{1v} \Rightarrow i_1 - m i_2 = i_{1v}$

Si on confond i_1 avec son fondamental (ce qui revient à l'assimiler à un courant sinusoïdal) la relation précédente permet d'écrire :

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{1v} + m \underline{I}_2$$

4-2- Hypothèse de Kapp

Hypothèse : i_{1v} est négligé devant i_1 et i_2 ; cette hypothèse est tout à fait valide au voisinage du point de fonctionnement nominal.

Ainsi, $\underline{I}_1 = \underline{I}_{1v} + m \underline{I}_2 \Rightarrow \underline{I}_1 \approx m \underline{I}_2$

Dans l'hypothèse de Kapp, un transformateur réel en charge se comporte comme un transformateur parfait pour les courants.

$$\underline{I}_1 \approx m \underline{I}_2$$

Dans cette hypothèse, le schéma équivalent du transformateur réel devient :

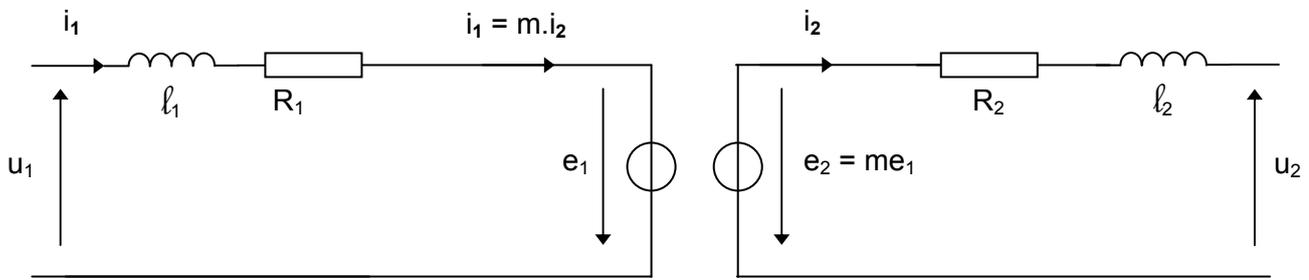
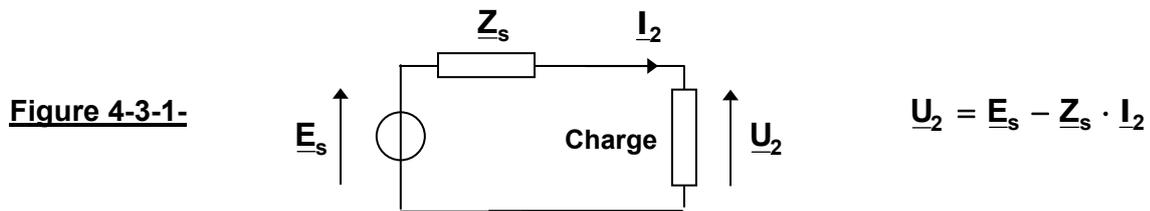


Figure 4-2-

4-3- Modèle équivalent de Thévenin d'un transformateur pour la charge

4-3-1- Schéma équivalent



4-3-2- Expression des éléments de Thévenin

\underline{E}_s est la tension secondaire à vide : $\underline{E}_s = \underline{U}_{2v}$.

Montrer que

$$\underline{Z}_s = R_s + jX_s \quad \text{avec} \quad \begin{cases} X_s = X_2 + m^2 X_1 \\ R_s = R_2 + m^2 R_1 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = l_1 \omega \\ X_2 = l_2 \omega \end{cases}$$

4-3-3- Détermination expérimentale des éléments du modèle de Thévenin

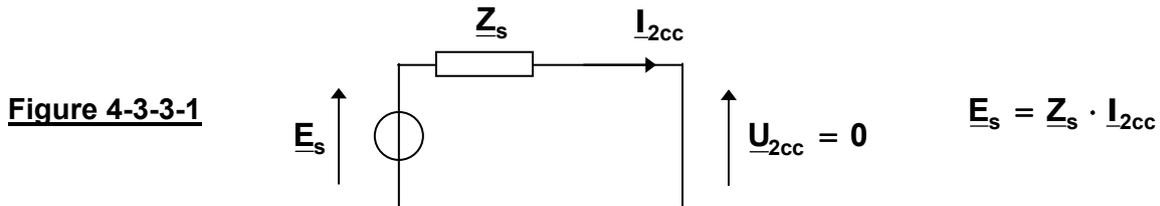
Nous allons mener cette étude à partir de mesures effectuées sur un transformateur étudié au lycée (le même que pour l'étude à vide).

- \underline{E}_s est la tension secondaire à vide : $\underline{E}_s = \underline{U}_{2v}$.

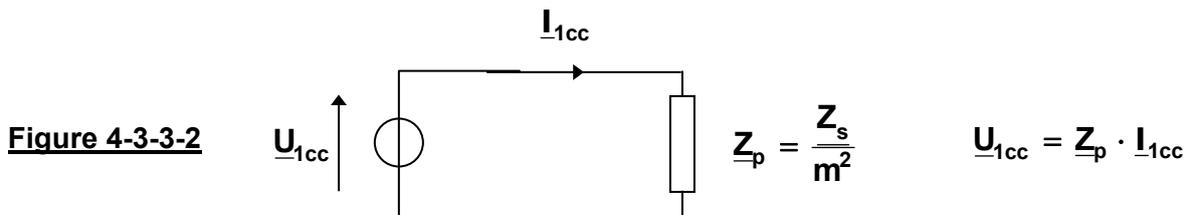
On a mesuré $U_1 = 230,4 \text{ V}$ $U_{2v} = 13,36 \text{ V}$.

- \underline{Z}_s est déterminée par un essai en court-circuit. C'est un essai pour lequel il faut travailler sous tension primaire réduite.

En court-circuit, le transformateur, vu de la charge, est équivalent à :



Ramené au primaire, le schéma équivalent devient :



On a mesuré $P_{1cc} = 3,43 \text{ W}$ $I_{1cc} = 116 \text{ mA}$ $U_{1cc} = 31,83 \text{ V}$.

- Calculer Z_p puis Z_s .
- Evaluer les pertes fer dans cet essai. Vérifier qu'elles sont négligeables devant P_{1cc} . On en déduit que la puissance consommée au primaire se réduit aux pertes Joule : $P_{1cc} \approx p_{J1} + p_{J2}$.
- Exprimer et calculer R_s et X_s .

4-4- Prédétermination de la tension secondaire pour un fonctionnement nominal

On suppose que le transformateur, utilisé en charge, débite un courant secondaire égal au courant nominal : $I_{2n} = 2 \text{ A}$.

- En utilisant le modèle équivalent de Thévenin vu de la charge, (voir figure 4-3-1), tracer le diagramme de Fresnel faisant apparaître les vecteurs suivants :

$$\vec{I}_2, \vec{U}_2, \vec{U}_{2v}, R_s \vec{I}_2 \text{ et } X_s \vec{I}_2$$

Le vecteur \vec{I}_2 sera pris comme référence des phases ; la tension est en avance de l'angle φ_2 sur le courant.

-  A partir de ce diagramme, montrer que la chute de tension au secondaire $\Delta U_2 = U_{2v} - U_2$ entre le fonctionnement à vide et en charge est telle que :

$$\Delta U_2 \approx R_s I_2 \cos \varphi_2 + X_s I_2 \sin \varphi_2$$

-  La charge connectée au secondaire du transformateur est une charge inductive telle que $\cos \varphi_2 = 0,8$ (le transformateur est le même que celui utilisé précédemment). Calculer U_2 .

4-5- Calcul du rendement

-  Déduire de tout ce qui précède la valeur du rendement du transformateur utilisé au lycée.